



Ingeniería Matemática  
FACULTAD DE CIENCIAS  
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE  
Introducción al Álgebra 12-1

### Control 6

**P1.** a) (2,0 pts.) Sean  $p, q \in \mathbb{R}[x]$  tales que

$$p(x) = (2 + f) + (e + f)x + (a - d)x^4 + (2a + c)x^5 + (a + b)x^7$$
$$q(x) = 3 + (f + 2)x + (a + b + c + d)x^3 + (b + c + 1)x^4 + bx^5.$$

Determine los valores de  $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$  tales que  $p = q$ . Escriba el polinomio resultante.

b) Sea  $p(x) \in \mathbb{C}[x]$  un polinomio con coeficientes en  $\mathbb{C}$  tal que

$$p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n.$$

Se define la función  $q : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  por

$$q(x) = p(ix).$$

i) (2,0 pts.) Muestre que  $q(x)$  es un polinomio y dé explícitamente sus coeficientes, en función de los coeficientes de  $p$ .

ii) (2,0 pts.) Demuestre que

$$p = q \Leftrightarrow \text{para cada } k \text{ que no es múltiplo de 4, } a_k = 0.$$

**P2.** a) (3,0 pts.) Encuentre la parte real e imaginaria de

$$(-1 + i\sqrt{3})^{3n} + (-1 - i\sqrt{3})^{3n}, \forall n \in \mathbb{N}.$$

b) (3,0 pts.) Sea  $w \in \mathbb{C}$  una raíz cúbica de la unidad, con  $w \neq 1$ . Pruebe que

$$(1 + w)^3 + (1 + w^2)^3 + (1 + w^3)^3 = 62.$$

**Indicación:** Puede ser útil usar las propiedades de las raíces de la unidad.

Consultas sólo al auxiliar  
Justifique cada uno de sus pasos  
Tiempo: 1:15